Bundeswettbewerb Mathematik

1 Allgemeine Informationen

Der Bundeswettbewerb Mathematik ist ein Wettbewerb, für alle an der Mathematik Interessierten, die sich gerne noch etwas über die Schule hinaus mit Mathematik beschäftigen wollen. Angesprochen sind vor allem Schülerinnen und Schüler, die ein Gymnasium besuchen, ab der 10. Jahrgangsstufe. Da weder die Aufgaben noch die zu erreichenden Punkte zum Weiterkommen, nach Alter differnziert werden, ist der Wettbewerb für die meisten Schüler in der Mittelstufe noch zu anspruchsvoll. Außerdem benötigt man auch einige mathematische Grundkenntnisse der Oberstufe, sowie eine gewisse Ausdauer und vor allem Freude an der Mathematik.
Der Wettbewerb besteht aus 2 Runden mit jeweils 4 Aufgaben und einer 3. Runde, die aber nicht mehr aus neuen Aufgaben, sondern aus einem mathematischen Fachgespräch besteht. Wer in der 1. Runde eine bestimmte Punktzahl erreicht und somit einen ersten, zweiten oder dritten Preis (werden an alle mit einer gewissen Punktzahl vergeben, nicht mit erstem, zweiten oder drittem Platz verwechseln) erreicht wird auch für die 2. Runde zugelassen.
Für all diejenigen, die die Aufgaben nicht alleine lösen wollen, bietet sich in der 1. Runde auch die Möglichkeit in Gruppen von bis zu 3 Leuten zu arbeiten. Wenn diese Gruppe einen Preis gewinnt, sind alle Mitglieder zur 2. Runde zugelassen. Dort müssen sie dann aber alleine die nächsten Aufgaben lösen.
Die Aufgaben kommen aus allen Bereichen der Mathematik (Geometrie, Allgebra, Kombinatorik, Zahlentheorie) und meistens hat mindestens eine davon etwas mit der aktuellen Jahreszahl zu tun. (siehe Beispiele)
Anders als in der Schule geht es nicht darum, aus gegebenen Werten ein bestimmtes Ergebnis zu berechnen, sondern mehr darum einen Aussage zu beweisen oder zu widerlegen. Dabei sollte man besonders auf eine klaren und nachvollziehbaren Aufbau der Lösung achten.

2 Zeitlicher Ablauf

Dezember	Ausschreibung, Versand der Unterlagen	
bis Ende Februar	Bearbeitung der Aufgaben durch die Teilnehmer/innen	
1. März	Einsendeschluss	**1. Runde**
bis Ende Mai	Korrektur und Preisfestsetzung	
Anfang Juni	Mitteilung der Korrekturergebnisse an die Teilnehmer/innen	
Anfang Juni	Aufgabenstellung, Versand direkt an die Teilnahmeberechtigten	
bis Ende August	Bearbeitung der Aufgaben durch die Teilnehmer/innen	
1. September	Einsendeschluss	**2. Runde**
bis Ende Oktober	Korrektur und Preisfestsetzung	
Anfang November	Mitteilung der Korrekturergebnisse an die Teilnehmer/innen	
Anfang Februar	Kolloquium	**3. Runde**

Für die Aufgaben hat man also jeweils etwa 2 Monate Zeit, was einem vielleicht recht viel erscheint, aber gar nicht einmal so viel Zeit ist. Da man die Aufgaben normalerweise nicht an einem Nachmittag lösen kann, sondern doch einige Zeit braucht um einen Lösungsansatz zu finden, können die 2 Monate schnell vorbei sein, bis man zu einer Lösung kommt. Außerdem muss diese dann auch noch gut verständlich und vollständig ausformuliert werden, was durchaus auch einige Zeit in Anspruch nimmt.

3 Worauf sollte man beim Lösen der Aufgaben achten

Besonders wichtig ist, dass der angegebene Lösungsweg vollständig und nachvollziehbar ist, auch für jemanden der ihn zum ersten mal liest und die Aufgabe selbst nicht bearbeitet hat. Oft macht man den Fehler, einzelne Schritte, die man selbst für selbsverstänglich hält, weil man sich lange mit der Aufgabe beschäftigt hat, wegzulassen. Lieber ist die Lösung etwas zu ausführlich (wobei dabei auch nicht übertrieben werden sollte), als zu kurz. Auch mathematische Sätze die in der Schule behandelt wurden, sollten genannt und wenn nötig erklärt werden, besonders für Teilnehmer aus höheren Jahrgangsstufen, da nicht vorausgesetzt werden kann, dass alle Teilnehmer diese bereits kennen.

4 Beispielaufgaben und Lösungen aus den letzten Jahren

Aufgabe 1

Bei der 202-stelligen Quadratzahl $\underbrace{9...9}_{100 Neunen}$ z $\underbrace{0...0}_{100 Nullen}$ 9 ist die Ziffer z an der 102-ten Dezimalstelle von rechts nicht lesbar.
Ermittle eine mögliche Ziffer, die dort stehen kann!

Diese Aufgabe sieht vielleicht auf den ersten Blick nicht besonders schwer aus, mann könnte auf die Idee kommen, einfach alle Ziffern auszuprobieren. Das scheitert aber schnell daran, dass kein Taschenrechner die Wurzel einer 202-stelligen Zahl ausrechnen wird. Außerdem muss man auch einen Lösungsweg angeben.
Ein erster Schritt zur Lösung könnte es sein, die Zahl geschickt zu zerlegen, eventuell von der nächst größeren 10er Potenz aus, diese wäre 10^{202}. Wenn man davon jetzt $(10-z)*10^{101}$ abzieht landet man bei der Zahl $\underbrace{9...9}_{100 Neunen}$ z $\underbrace{0...0}_{101 Nullen}$.
Addiert man dazu noch 9 dazu, hat man die Zahl aus der Aufgabenstellung also 10^{202} - $(10-z)*10^{101}$ + 9 umgeschrieben.
Wenn man das noch ein bisschen umbaut, kommt man auf ${10^{101}}^2$ - $(10-z)*10^{101}$ + 9^2.
In dieser Form könnte einem, anders als in der Ursprungsform, auffallen, dass dieser Term nach einer binomischen Gleichung vom Typ $(a-b)^2 = a^2$ - $2*a*b$ + b^2 aussieht, und diese liefert immer eine Quadratzahl.
Nun muss z noch so gewählt werden, dass wirklich eine binomische Gleichung entsteht.
Dass a = 10^{101} und b = 3 ist sieht man schnell. Also muss $(10-z)*10^{101} = 2$ * 10^{101} * 3 sein.
Somit ist (10-z) = 6 und z = 4.

Genauere Informationen, sowie alle Aufgaben und Lösungen der vergangenen Jahren findet man auf `http://www.bundeswettbewerb-mathematik.de/wettbewerb/bwm.htm`.